



## Mathematik in Verkehr und Logistik

Beim Thema Verkehr ist Deutschland Europameister: Kein anderes Straßen- und Schienennetz ist so dicht wie in Deutschland - und durch kein anderes Land in Europa werden so viele Waren transportiert. Schon heute liegt das jährliche Verkehrsaufkommen allein beim Güterverkehr bei rund 3,7 Milliarden Tonnen (2007). Die Transporte auf Schiene, Straße, Wasser und in der Luft sollen bis zum Jahr 2050 auf über 5,5 Milliarden Tonnen jährlich anwachsen. Doch nicht nur Güter werden bewegt, sondern auch Personen: Die Bahn befördert täglich rund 5 Millionen Menschen; neben den fast 400.000 Lkws des gewerblichen Güterverkehrs sind mehr als 45 Millionen Pkws und fast 4 Millionen Motorräder in Deutschland angemeldet. Besonders viele davon sind zur Ferienzeit in Deutschland und Europa unterwegs.

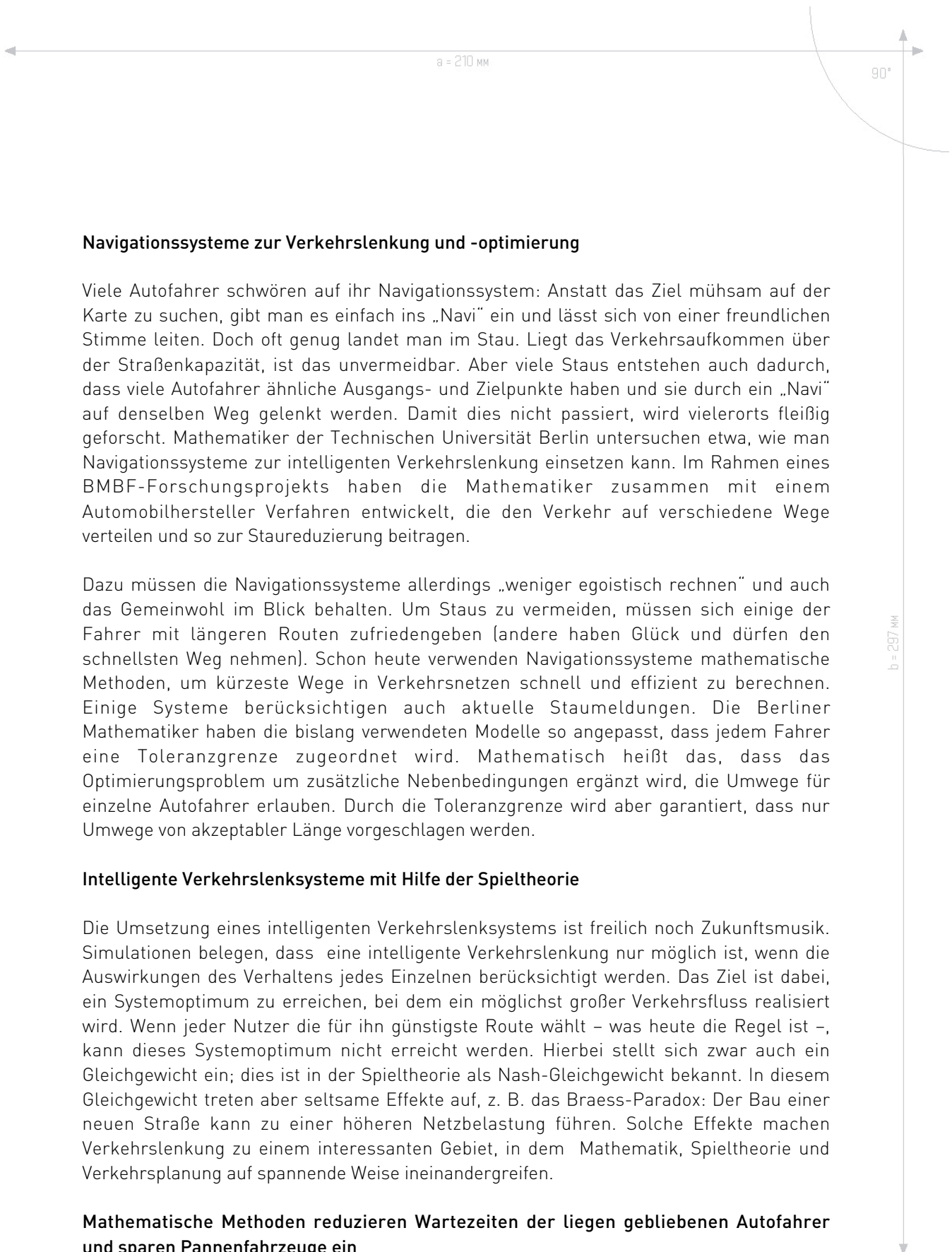
Dies macht Verkehr und Logistik nicht nur zu einem wichtigen Wirtschaftszweig, sondern auch zu einem fruchtbaren Feld für Mathematiker. Da das Schienen- und Straßennetz nicht im gleichen Tempo wachsen kann wie der Verkehr, muss die vorhandene Infrastruktur möglichst effizient (und umweltschonend) genutzt werden. Eine enorme Herausforderung, bedenkt man die Größe des Verkehrsnetzes und den Einfluss auf den Verkehr. Mathematische Modelle können helfen, die Verkehrsströme zu analysieren, wirksame verkehrspolitische Maßnahmen zu finden und neue Produkte zu entwickeln, die Staus und damit teure Wartezeiten vermeiden.

### Logistikbranche ist drittgrößter Wirtschaftszweig in Deutschland

Viele Innovationen in der Logistik entstehen unsichtbar für die Öffentlichkeit. Zwar ist die Logistikbranche mit rund 2,6 Millionen Beschäftigten nach dem Handel und der Automobilindustrie der drittgrößte Wirtschaftszweig in Deutschland. Die rund 60.000 Logistikunternehmen haben 2007 etwa 204 Milliarden Euro Umsatz gemacht, was 8,4 Prozent des Bruttoinlandsprodukts (BIP) entspricht. Die Verkehrslogistik produziert aber keine eigenen Güter - denn eigentlich ist sie „nur“ Folge einer arbeitsteiligen, produzierenden Wirtschaft und hat das Ziel, einen reibungslosen Transport von Rohstoffen, Produkten und Personen zu garantieren. Da der Konkurrenzdruck steigt und eine immer effizientere Planung und Organisation nötig werden, suchen viele Unternehmen die Zusammenarbeit mit Mathematikern. Die deutsche Logistikbranche, die in Europa als führend gilt, hat ihren Wettbewerbsvorteil sicher auch mathematischen Methoden zu verdanken.

An vielen mathematischen Instituten wird an Fragen aus Verkehr und Logistik geforscht, beispielsweise am Berliner DFG-Forschungszentrum MATHEON und an den Universitäten Bayreuth und Göttingen. Aber auch viele Logistik- und Verkehrswissenschaftler haben Mathematik studiert oder wenden mathematische Methoden an, darunter Prof. Dr. Herbert Knopfer von der Universität Bremen und Prof. Dr. Kai Nagel von der Technischen Universität Berlin.

Dieses Dossier stellt beispielhaft Projekte vor, die die Bedeutung der Mathematik für Verkehr und Logistik zeigen.



## Navigationssysteme zur Verkehrslenkung und -optimierung

Viele Autofahrer schwören auf ihr Navigationssystem: Anstatt das Ziel mühsam auf der Karte zu suchen, gibt man es einfach ins „Navi“ ein und lässt sich von einer freundlichen Stimme leiten. Doch oft genug landet man im Stau. Liegt das Verkehrsaufkommen über der Straßenkapazität, ist das unvermeidbar. Aber viele Staus entstehen auch dadurch, dass viele Autofahrer ähnliche Ausgangs- und Zielpunkte haben und sie durch ein „Navi“ auf denselben Weg gelenkt werden. Damit dies nicht passiert, wird vielerorts fleißig geforscht. Mathematiker der Technischen Universität Berlin untersuchen etwa, wie man Navigationssysteme zur intelligenten Verkehrslenkung einsetzen kann. Im Rahmen eines BMBF-Forschungsprojekts haben die Mathematiker zusammen mit einem Automobilhersteller Verfahren entwickelt, die den Verkehr auf verschiedene Wege verteilen und so zur Staureduzierung beitragen.

Dazu müssen die Navigationssysteme allerdings „weniger egoistisch rechnen“ und auch das Gemeinwohl im Blick behalten. Um Staus zu vermeiden, müssen sich einige der Fahrer mit längeren Routen zufriedengeben (andere haben Glück und dürfen den schnellsten Weg nehmen). Schon heute verwenden Navigationssysteme mathematische Methoden, um kürzeste Wege in Verkehrsnetzen schnell und effizient zu berechnen. Einige Systeme berücksichtigen auch aktuelle Staumeldungen. Die Berliner Mathematiker haben die bislang verwendeten Modelle so angepasst, dass jedem Fahrer eine Toleranzgrenze zugeordnet wird. Mathematisch heißt das, dass das Optimierungsproblem um zusätzliche Nebenbedingungen ergänzt wird, die Umwege für einzelne Autofahrer erlauben. Durch die Toleranzgrenze wird aber garantiert, dass nur Umwege von akzeptabler Länge vorgeschlagen werden.

## Intelligente Verkehrslenkungs-systeme mit Hilfe der Spieltheorie

Die Umsetzung eines intelligenten Verkehrslenkungs-systems ist freilich noch Zukunftsmusik. Simulationen belegen, dass eine intelligente Verkehrslenkung nur möglich ist, wenn die Auswirkungen des Verhaltens jedes Einzelnen berücksichtigt werden. Das Ziel ist dabei, ein Systemoptimum zu erreichen, bei dem ein möglichst großer Verkehrsfluss realisiert wird. Wenn jeder Nutzer die für ihn günstigste Route wählt – was heute die Regel ist –, kann dieses Systemoptimum nicht erreicht werden. Hierbei stellt sich zwar auch ein Gleichgewicht ein; dies ist in der Spieltheorie als Nash-Gleichgewicht bekannt. In diesem Gleichgewicht treten aber seltsame Effekte auf, z. B. das Braess-Paradox: Der Bau einer neuen Straße kann zu einer höheren Netzbelastung führen. Solche Effekte machen Verkehrslenkung zu einem interessanten Gebiet, in dem Mathematik, Spieltheorie und Verkehrsplanung auf spannende Weise ineinandergreifen.

## Mathematische Methoden reduzieren Wartezeiten der liegen gebliebenen Autofahrer und sparen Pannenfahrzeuge ein

Nicht nur zur Urlaubszeit ist die Pannenhilfe auf deutschen Autobahnen ein wichtiges Thema. Während sich Einsatzpläne für Busse und Bahnen vorab planen lassen, gehen bei



den Pannenhilfen permanent Anfragen ein - bei großen Anbietern mehrere Tausend pro Tag. Bei fast jeder Anfrage müssen die Disponenten die Routen der Pannenfahrzeuge umplanen. Dies geschieht meist noch in Handarbeit. Dabei wird selten das Optimum erreicht. Mit mathematischen Methoden lassen sich die Wartezeiten der liegenden gebliebenen Autofahrer deutlich reduzieren und Pannenfahrzeuge einsparen.

Aus mathematischer Sicht handelt es sich bei der Pannenhilfe um eine Variante des berühmten Problems des Handlungsreisenden. Die Pannenfahrzeuge müssen wie Vertreter eine Tour durch vorgegebene Orte machen. Es gibt jedoch zwei Unterschiede: Die nächsten Einsatzorte ergeben sich meist erst, wenn die Pannenfahrzeuge schon unterwegs sind, und es sind mehrere Pannenfahrzeuge im Einsatz, damit die Wartezeiten der Kunden nicht zu lang werden. Die drei größten Verkehrsvereine Deutschlands haben zusammen mehr als 6.000 Pannenfahrzeuge im Einsatz, hinzu kommen die Flotten der Autofirmen und kleinere Anbieter. Die Mitglieder des Verbands europäischer Automobilclubs (ARC-Verband) haben rund 13.000 Mitarbeiter in den Hilfezentralen - bei insgesamt mehr als 10.000 Einsatzfahrzeugen und 15.000 Partnerfirmen mit eigenen Fahrzeugen.

Da die Pannenanfragen nicht schon bei Planungsbeginn feststehen, bezeichnet man die Einsatzplanung der Pannenfahrzeuge auch als Online-Problem. Hier sind Optimierungsverfahren gefragt, die trotz unvollständiger Information über die Zukunft Lösungen von nachweislich hoher Qualität liefern. Am einfachsten wäre es, eine eingehende Pannenanfrage von der Service-Einheit in nächster Nähe des Einsatzortes bedienen zu lassen. Eine solche Zuweisung ist aber in den seltensten Fällen optimal, da sie keinen Ausgleich zwischen den Service-Einheiten schafft und dadurch einzelne Pannenfahrzeuge womöglich überbucht. Durch diesen „naiven“ Ansatz können Wartezeiten der Kunden daher unnötig ansteigen.

Die Mathematiker am Zuse-Institut Berlin haben ein ausgeklügeltes Verfahren entwickelt, das eine nahezu optimale Lösung des Zuweisungsproblems liefert. Ein erster Ansatz war, zunächst die „Offline-Variante“ des Problems zu lösen. Hierbei wird das Zuweisungsproblem unter Kenntnis der bisher eingegangenen Pannenanfragen aber unter Vernachlässigung der noch zukünftigen Anfragen optimal gelöst. Auf diese Art und Weise kann ein optimaler Planungsschnappschuss generiert werden. Diese „kurzsichtige“ Lösung wird immer dann aktualisiert, wenn neue Pannenanfragen eingehen. Hierdurch entsteht eine Abfolge von optimalen Planungsschnappschüssen, die sich über die Zeit hinweg den aktuellen Pannenanfragen anpassen. Mittlerweile wird das Optimierungsverfahren bereits in der Praxis eingesetzt.

### **Dispositions- und Konfliktmanagement für eine pünktliche Bahn**

Mit dem Gemeinschaftsprojekt "Dispositions- und Konfliktlösungsmanagement für eine pünktliche und wirtschaftliche Bahn" zur Optimierung des Bahnverkehrs hat sich die Göttinger Mathematikerin Anita Schöbel Ende letzten Jahres hervorgetan. Ziel des Projekts war es, die Verspätungen der Bahn besser in den Griff zu bekommen. Bei einem Schienennetz von 34.000 Kilometern und täglich 33.000 Zügen lassen sich Verspätungen zwar nicht verhindern, aber deren Auswirkungen sind möglichst klein zu halten. So



können die Mitarbeiter in den Betriebszentren der Deutschen Bahn entscheiden, ob ein Anschluss warten soll – oder pünktlich abfahren muss, um nicht andere Verspätungen zu verursachen. Auch können Überholmanöver oder die Verlangsamung einzelner Züge sinnvoll sein.

Anita Schöbel, die mehrere Jahre am Fraunhofer-Institut für Techno- und Wirtschaftsmathematik (ITWM) in Kaiserslautern geforscht hat, konnte mathematische Verfahren entwickeln, mit denen sich Verspätungen automatisiert bewerten und Folgemaßnahmen richtig auswählen lassen. Bislang greifen die Mitarbeiter der Deutschen Bahn beim Disponieren der Züge auf feste Wartezeitregeln zurück. Schöbels Modell berücksichtigt eine Vielzahl von Einflussgrößen und stellt sie auf eine mathematische Basis. Ihr Verfahren ist so angelegt, dass es die Summe aller Verspätungen minimiert. Das hilft zwar nicht jedem Bahnfahrer, denn einzelne werden weiterhin Pech haben und große Verspätungen in Kauf nehmen müssen. Im Durchschnitt fahren aber alle besser damit.

Neben der Deutschen Bahn und der Mathematikerin Anita Schöbel sind auch Verkehrswissenschaftler aus Aachen und Dresden an dem Projekt beteiligt. So wurde das Eisenbahnbetriebslabor der Technischen Universität Dresden verwendet, um die neuen mathematischen Verfahren zu testen. Das Labor birgt eine Miniaturanlage mit einer Streckenlänge von 1.600 Metern, auf denen 100 Züge im Echtzeitbetrieb fahren können. Nach geglückten Tests im Labor können Feldversuche in den Betriebszentralen der Deutschen Bahn erfolgreich durchgeführt werden.

### **Mit Mathematik gegen Wirbelschleppen im Flugverkehr**

In der Reisezeit steuern immer mehr Deutsche Nah- und Fernziele mit dem Flugzeug an. Aus dem modernen Geschäftsverkehr ist das Flugzeug auch nicht mehr wegzudenken. Prognosen der europäischen Flugsicherungsorganisation EuroControl zu Folge wächst der Flugverkehr über Europa um 5 Prozent pro Jahr; die Anzahl der Flüge soll sich in den kommenden 20 Jahren verdoppeln. Viele Flughäfen in Europa stoßen aber heute schon an ihre Kapazitätsgrenzen. Bremsschuh für mehr Starts und Landungen pro Stunde ist unter anderem ein physikalisches Phänomen: die Wirbelschleppen anfliegender Flugzeuge und die daraus resultierenden Sicherheitsabstände nachfolgender Maschinen.

Die Luftwirbel hinter Flugzeugen entstehen als Folge des an den Tragflächen erzeugten Auftriebs; sie können sich als unsichtbare Wirbelschleppen noch längere Zeit entlang der Flugbahn halten. Für die zivile Luftfahrt sind genaue Sicherheitsabstände vorgeschrieben, die eine der wesentlichen Ursachen für die heutigen Kapazitätsbegrenzungen an Flughäfen sind. Daher wird das Entstehen und Zerfallen von Wirbelschleppen derzeit in interdisziplinären Projekten genau untersucht und auch in mathematische Modelle überführt. Bestimmende Parameter sind zum Beispiel der Flugzeugtyp, die jeweilige Flugbahn und die Wetterverhältnisse. Ziel der Simulationen ist, einerseits Bereiche mit hoher Wirbelschleppengefahr vorherzusagen und andererseits dort, wo nur kurz Wirbelschleppengefahr besteht, Starts und Landungen rascher aufeinander folgen zu lassen.



### Optimierter Personennahverkehr am Beispiel der Berliner Verkehrsbetriebe

Obwohl die Anfänge einer mathematischen Verkehrsplanung über 50 Jahre zurückliegen, konnten sich anspruchsvolle Methoden der mathematischen Optimierung erst in den 1990er Jahren durchsetzen. Daran waren der Berliner Mathematiker Martin Grötschel und seine Arbeitsgruppe maßgeblich beteiligt. Grötschel, der seit 1991 Mathematikprofessor an der Technischen Universität Berlin und Vizepräsident des Zuse-Instituts in Berlin ist, hat nicht nur die Theorie der mathematischen Optimierung vorangebracht, sondern auch bahnbrechende Praxisprojekte initiiert. Bekannt geworden ist er unter anderem durch ein gemeinsames Projekt mit den Berliner Verkehrsbetrieben, bei dem er die Planung des Busverkehrs optimiert hat.

Das Berliner Bussystem ist so groß, dass sich Grötschel mit seinen Berechnungen regelmäßig am Rande dessen bewegt hat, was Computer heute leisten können: Bei etwa 28.000 Busfahrten pro Tag ergeben sich – wenn bestmögliche Buseinsatzpläne errechnet werden sollen – Optimierungsprobleme mit über 100 Millionen Variablen. Diese gigantischen „ganzzahligen Mehrgüter-Flussprobleme“ mit traditionellen Methoden zu lösen, wäre aussichtslos. Selbst die schnellsten Supercomputer bräuchten hierfür zu lang. Doch Grötschel und seine Mitarbeiter konnten neue Methoden der ganzzahligen Optimierung entwickeln, die auf die Besonderheiten der Busumlaufplanung angepasst sind. Dadurch ließen sich die Computerberechnungen – allein durch intelligentere Rechenverfahren – so weit beschleunigen, dass sie heute weltweit im Einsatz sind.

### Weniger Schulbusse durch Optimierung und Anpassung der Schulanfangszeiten

Dass einfache Ideen bereits überraschend große Einsparungen ermöglichen, haben Mathematiker aus Darmstadt gezeigt. Ihr Steckenpferd ist der Schulbusverkehr, der speziell in ländlichen Gegenden ein echtes logistisches Problem darstellt. Da traditionell alle Schulen zur selben Zeit mit dem Unterricht beginnen, werden alle Schulbusse zur gleichen Zeit benötigt, was enorme Kosten verursacht. Die Idee der Mathematiker: Lässt man die Schulen zu verschiedenen Zeiten beginnen, kann jeder Bus noch einen weiteren Schulstandort erreichen. Dabei werden zunächst die Schüler zur Schule mit frühem Unterrichtsbeginn gebracht und in einer weiteren Runde die Schüler zur Schule mit späteren Anfangszeiten.

Dieser Ansatz klingt simpel, führt jedoch zu einem komplexen mathematischen Modell, weil gegenseitige Abhängigkeiten zwischen Entscheidungen bestehen. Ein Beispiel: Liefert Busfahrt B seine Fahrschüler erst eine Stunde nach Schulbeginn von Schule S ab, so ist die Lösung offensichtlich unbrauchbar.

Diese Abhängigkeiten von Entscheidungen werden in mathematische Gleichungen und Ungleichungen übersetzt. Modelliert man auf diese Weise den Busverkehr und die Schulen eines gesamten Landkreises, so kommt man schnell auf einige 10.000 Unbekannte und ebenso viele Nebenbedingungen.

Um die Schulanfangszeiten und den öffentlichen Personennahverkehr optimal aufeinander abzustimmen, wurde am Fachgebiet Diskrete Optimierung der Technischen Universität Darmstadt das Optimierungsprogramm „Integrierte Koordinierung von



$a = 210 \text{ mm}$

$90^\circ$

Schulanfangszeiten und des Nahverkehrsangebots“ entwickelt. Praxisauswertungen, die auf Datensätzen in Nordrhein-Westfalen, Mecklenburg-Vorpommern und Sachsen-Anhalt durchgeführt wurden, verdeutlichen das Einsparpotenzial: Es konnten jeweils zwischen 12 % und 27 % der eingesetzten Busse eingespart werden, im günstigsten Fall jeder vierte Bus. Da die Gemeinden den Schulbusverkehr mit rund 30.000 Euro pro Bus unterstützen, sind bundesweit Einsparungen von mehreren Millionen Euro pro Jahr möglich. Hinzu kommt noch das entsprechende CO<sub>2</sub>-Einsparpotenzial.

### **Ansprechpartner**

Navigationssysteme zur Verkehrslenkung

Prof. Dr. Rolf H. Möhring  
Fakultät II – Mathematik und Naturwissenschaften  
Institut für Mathematik, Sekr. MA 5-1  
Technische Universität Berlin  
Tel.: 030 314-24595  
E-Mail: Rolf.Moehring@math.tu-berlin.de

Optimierter Personennahverkehr

Prof. Dr. Drs. h. c. Martin Grötschel  
Institut für Mathematik, Sekr. MA 3-1  
Technische Universität Berlin  
Tel.: 030 314-23266  
E-Mail: groetschel@zib.de

Pannenhilfe

Prof. Dr. Jörg Rambau  
Lehrstuhl für Wirtschaftsmathematik  
Raum FAN-D.1.29 (Sokr. FAN-D.1.30)  
Universität Bayreuth  
Tel.: 0921 55-7350  
E-Mail: joerg.rambau@uni-bayreuth.de

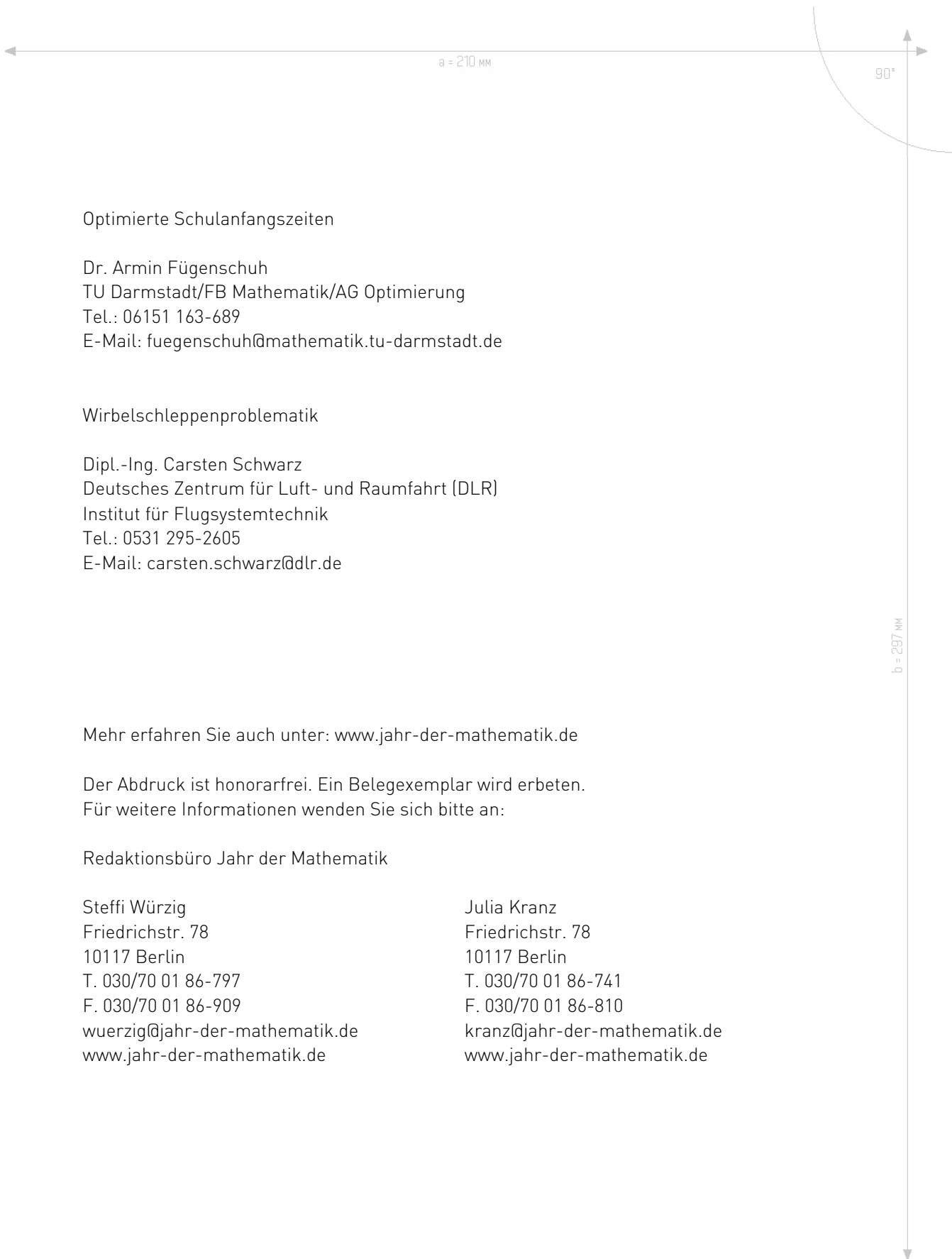
Dispositions- und Konfliktmanagement bei der Bahn

Prof. Dr. Anita Schöbel  
Institut für Numerische und Angewandte Mathematik  
Georg-August-Universität Göttingen  
Tel.: 0551 39-12237  
E-Mail: schoebel@math.uni-goettingen.de

$b = 297 \text{ mm}$

Wissenschaftsjahr 2008

Mathematik  
Alles, was zählt



### Optimierte Schulanfangszeiten

Dr. Armin Fügenschuh  
TU Darmstadt/FB Mathematik/AG Optimierung  
Tel.: 06151 163-689  
E-Mail: fuegenschuh@mathematik.tu-darmstadt.de

### Wirbelschleppenproblematik

Dipl.-Ing. Carsten Schwarz  
Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR)  
Institut für Flugsystemtechnik  
Tel.: 0531 295-2605  
E-Mail: carsten.schwarz@dlr.de

Mehr erfahren Sie auch unter: [www.jahr-der-mathematik.de](http://www.jahr-der-mathematik.de)

Der Abdruck ist honorarfrei. Ein Belegexemplar wird erbeten.  
Für weitere Informationen wenden Sie sich bitte an:

### Redaktionsbüro Jahr der Mathematik

Steffi Würzig  
Friedrichstr. 78  
10117 Berlin  
T. 030/70 01 86-797  
F. 030/70 01 86-909  
[wuerzig@jahr-der-mathematik.de](mailto:wuerzig@jahr-der-mathematik.de)  
[www.jahr-der-mathematik.de](http://www.jahr-der-mathematik.de)

Julia Kranz  
Friedrichstr. 78  
10117 Berlin  
T. 030/70 01 86-741  
F. 030/70 01 86-810  
[kranz@jahr-der-mathematik.de](mailto:kranz@jahr-der-mathematik.de)  
[www.jahr-der-mathematik.de](http://www.jahr-der-mathematik.de)